# Voorwoord

De nevelen rond de Magische Kubus beginnen zo langzamerhand op te trekken. Het ding is uitgevonden in 1975 door de Hongaarse architect en ontwerper Ernö Rubik. In augustus 1980 verscheen de kubus ook op de Nederlandse markt. Eerst was er alleen maar de vrij dure Hongaarse versie te koop, later kwamen er ook allerlei goedkopere namaakkubussen, helaas meestal van veel mindere kwaliteit.

Het verrassende van het zo onschuldig lijkende, bont gekleurde, stuk plastic is dat het gedraaid kan worden op een manier die op het eerste gezicht volslagen onmogelijk lijkt, en dat de opgave om een in de war gedraaide kubus weer naar de uitgangspositie terug te draaien vrijwel iedereen voor onverwacht grote problemen stelt. Haast niemand gelooft dat het zo moeilijk is, maar na uren draaien zonder dat de chaos merkbaar vermindert, wordt dat wel anders. Verstandige mensen leggen de kubus dan terzijde en kijken er nooit meer naar om, maar de echte puzzelaar wil zich niet laten kennen en blijft proberen een uitweg te vinden.

Er zijn er die zo veel ruimtelijk en combinatorisch inzicht hebben dat ze de puzzel binnen een dag onder de knie hebben, maar dat zijn hele grote uitzonderingen. De meesten kost het weken, of zelfs maanden, als ze er al in slagen een oplossingsmethode te bedenken. En lukt dat niet, dan moet de laatste redding komen van ingewijden die bereid zijn hun geheimen prijs te geven. Zo verschijnen er steeds meer oplossingsmethodes in pamfletten, brochures, tijdschriften en kranten.

Ook dit boek bevat een volledige oplossing: een recept om de ku­bus vanuit een willekeurige stand naar de beginstand terug te draaien. Na een paar uurtjes oefenen kan iedereen hiermee de puzzel binnen 5 minuten oplossen, en de methode is ook vrij gemakkelijk uit het hoofd te leren. Maar dat is lang niet alles. We proberen steeds niet alleen het hoe, maar vooral ook het waarom te verklaren. Zo wordt volledig uitgelegd waarom deze oplos­singsmethode elke in de war gedraaide kubus weer op orde brengt. Daarnaast geven we recepten om mooie patronen op het kubusoppervlak te draaien, en ook zelf te ontwerpen. En voor

de echte fanatici introduceren we nog tal van varianten op de Kubuspuzzel.

Gaarne wil ik op deze plaats de meesterkubisten René Schoof en Joost Hulshof bedanken. Zij hebben verschillende versies van het manuscript kritisch doorgelezen en van commentaar voorzien Mijn echtgenote Ineke verdient speciale dank, niet m het minst omdat zij, hoewel overtuigd niet-kubiste, bereid was de oplossingsmethode uit te proberen. Dat heeft geleid tot tal van verduidelijkingen in de presentatie.

Leiderdorp, zomer1981

## I **Inleiding**

Wat is er magisch aan de Magische Kubus van de Hongaar Ernö Rubik? Zo op het oog is de kubus, die een ribbelengte heeft van 5,6 cm, opgebouwd uit drie maal drie maal drie deelkubusjes. De verrassing komt als we het ding in handen nemen. Elk zijvlak van negen blokjes kan in zijn geheel draaien om zijn middelpunt zonder dat de kubus uit elkaar valt of vastloopt! Hoe is dat mogelijk? Het lijkt inderdaad wel magie. Toch is het een zuiver mechanische constructie. Er komt geen magnetisme, elektronica of andere poespas aan te pas. Wie kan zich indenken hoe zoiets in el­kaar zou kunnen zitten?

Naast dit constructieprobleem is er nog een tweede puzzel. Rubik heeft van zijn uitvinding namelijk een hels moeilijke hersenbreker gemaakt door elk zijvlak een andere kleur te geven. Een paar maal draaien (vijf of zes keer is vaak al voldoende) en de blokjes zitten zo door elkaar, dat het praktisch onmogelijk is het ding weer goed terug te draaien als we niet precies hebben onthouden welke vlakken we in welke volgorde hebben gedraaid. Elke nieuwe draaiing brengt ons dan nog verder van huis. De opgave is natuurlijk alle vlakken weer op kleur te brengen. Dat blijkt een verschrikkelijk moeilijke puzzel te zijn. Het is zelfs al lastig om één van de zes zijvlakken op kleur te brengen. Maar dan beginnen de moeilijkheden pas goed. Vrijwel elke draaiing brengt het goede vlak weer in de war!

### Astronomische getallen

Denk niet dat er kans is door zo maar wat te draaien toevallig de goede stand tegen te komen. Het aantal mogelijkheden is daarvoor veel te groot. Er zijn ruim vier maal tien tot de negentiende mogelijke draaiposities van de kubus. Dat is een getal van twintig cijfers. Om een idee te geven van de grootte: als we een even groot aantal kubussen op een rij zouden leggen, zou dat een lengte beslaan van meer dan 60 maal de afstand tot Proxima Centauri, na de zon de dichtstbijzijnde ster. Hetzelfde aantal ku­bussen zou voldoende zijn om geheel Nederland te bedekken met een laag kubussen van 200 kilometer dikte. Een andere vergelijking: stel dat er op dit moment tien miljoen kubussen in omloop zijn, en elk van die kubussen zou duizend keer per uur in een andere stand worden gedraaid, en dat in een 40-urige

werkweek gedurende 50 weken per jaar, dan zou het toch nog meer dan twee miljoen jaren duren voordat er in totaal net zo veel standen zijn gedraaid als het aantal mogelijke posities dat een kubus aan kan nemen. Omdat Rubiks uitvinding nog maar een paar jaar oud is, kan zonder meer worden aangenomen dat alle standen die er tot nu toe op alle bestaande kubussen zijn verschenen, een volstrekt verwaarloosbare fractie vormen van wat er met één zo'n kubus mogelijk is. Menselijkerwijs gesproken is het trouwens onmogelijk dat ooit alle mogelijke standen ook inderdaad gedraaid zullen zijn.

### Waarom is de puzzel zo moeilijk?

Veel mogelijkheden hoeft nog geen moeilijke puzzel te geven. Bij het bekende schuifpuzzeltje met 15 blokjes in een vier bij vier raam is het aantal mogelijke standen een getal van niet minder dan 14 cijfers. Toch is het helemaal niet moeilijk vanuit elke willekeurige stand in korte tijd de beginstand terug te vinden. Wat de kubuspuzzel van Rubik zo lastig maakt, is dat elke draaiing vrijwel alle eerder berelkte resultaten weer in de war gooit. Zelfs als we al een flink eind op weg zijn, en bijvoorbeeld twee van de drie ,lagen' van de kubus in orde hebben gebracht, dan is het niet zo dat de derde laag automatisch ook goed zit. Integendeel, er zijn dan nog 62208 mogelijk standen voor de resterende negen blok­jes in de derde laag! En zie er maar voor te zorgen dat de twee goede lagen niet weer in de puree draaien bij het in orde brengen van de derde laag!

### Oplossingspogingen

De reacties op de kubus zijn vaak als volgt. Eerst is er weinig meer dan geamuseerde belangstelling, die na een tijdje omslaat in verbazing over de constructie. Waarom valt hij niet uit elkaar? Waarom loopt er niets vast? Daarna wil men meestal zelf gaan draaien. Al snel zit de kubus volkomen in de war. Aanvankelijk denken de meesten dat het weer op orde brengen van het ding niet zo lastig is, 'als je de truc maar doorhebt'. Pas na lang en vruchteloos proberen begint het besef door te dringen dat het he­lemaal zo eenvoudig niet is. En zeker niet zo dat het oplossen van de puzzel een kwestie is van in een kwartiertje even een paar trucjes leren. De oplossing, of liever gezegd een mogelijke oplossing, want er zijn talloze oplossingsmethoden, is wel aan te leren, maar dat vergt flink wat inspanning en doorzettingsvermogen Het geheel op eigen kracht bedenken van een methode is een prestatie waar zelfs zeer ervaren puzzelaars en bekwame deskundigen meer dan een week voor moeten uittrekken. De minder ambitieuzen kunnen de methode uit dit boekje bestuderen of zich bifv tevreden stellen met het zelf bedenken van methodes om één laag of twee lagen in orde te brengen.

### Oplossingstijden

De meeste oplossingsmethoden zijn erg ingewikkeld. Soms wor­den zelfs tabellen gebruikt. Na wat oefenen is zo'n methode echter meestal wel wat te vereenvoudigen. En de echte kampioenen in het kubisme kunnen vanuit elke willekeurige stand binnen één minuut de beginstand van de kubus terugdraaien! Zo snel werkt de oplossingsmethode die we in dit boekje uiteenzetten niet. Daar staat echter tegenover dat het recept tamelijk eenvoudig is, want er worden slechts vier ,basisseries' van draaiingen gebruikt. iedere puzzelaar kan de methode met wat oefenen in een paar da­gen onder de knie krijgen. Hij of zij kan de puzzel dan vanuit elke stand binnen vijf minuten oplossen.

### Bruut geweld

Ook zij die er tegenop zien de methode te bestuderen, kunnen de kubus weer in de goede stand krijgen. Het is namelijk mogelijk het ding uit elkaar te halen en dan weer goed in elkaar te zetten. Als we daarbij een beetje voorzichtig zijn, heeft de kubus er niet van te lijden. Dit demonteren is ook een geweldig nuttig en tijdbesparend hulpmiddel als we zelf willen proberen een oplos­singsmethode te vinden. Want het is erg lastig het effect te zien van series draaiingen bij een kubus die in de war is. Gaan we echter uit van de beginstand, dus met alle vlakken op één kleur, dan zien we onmiddellijk hoe bepaalde series werken.

### Demonteren

Natuurlijk is er enige geestelijke moed nodig om voor het eerst dit brute hulpmiddel te hanteren. De kubus slijt echter veel meer van ruw en onvoorzichtig draaien dan van het steeds weer (voorzich­tig) uit elkaar halen en weer in elkaar zetten. Het demonteren gaat als volgt. Draai het bovenvlak een achtste slag (dus over een hoek van 45°). Neem een blokje dat midden tussen twee aangrenzende hoeken zit in het gedraaide bovenvlak. Het kan voorzichtig een beetje omhoog gewrikt worden. Met een schroevendraaier, sleutel of iets dergelijks kan het verder omhoog wor­den gewipt tot het vanzelf los springt. Pas daarbij op dat het plastic niet wordt beschadigd. Als één blokje er uit is, kan de ku­bus verder gemakkelijk geheel uit elkaar gehaald worden. Het is handig daarbij soms een vlak wat te draaien waardoor de blokjes gemakkelijker vrij komen. Als de kubus helemaal uit elkaar is, zien we een middenstuk van drie onderling loodrechte assen. Op de zes uiteinden ervan zitten de centrale blokjes van de zes zijvlakken draaibaar vast. Verder zijn er twee soorten losse blokjes: twaalf met **twee** gekleurde zijkanten, en acht met **drie** gekleurde zijkanten. De laatste horen thuis op de acht hoekpunten van de kubus. Bij het draaien gaan zulke hoekblokjes altijd van hoek naar hoek. Ze komen nooit op de plaats van de ribbeblokjes. Dat zijn de blokjes met slechts twee gekleurde zijkanten, die thuishoren midden op de twaalf ribben van de kubus.



demonteren van de kubus

### Posities en standen

We zien nu ook duidelijk wat er bij het draaien van de kubus gebeurt. De centrale blokjes van de zes zijvlakken blijven altijd op hun plaats. Zij draaien alleen maar om hun as. De acht hoekblokjes kunnen onderling van plaats wisselen, evenals de twaalf rib­beblokjes. Bovendien kan een hoekblokje op één bepaalde plaats nog op **drie** verschillende manieren gedraaid zitten, en een ribbeblokje op **twee** verschillende manieren. Er is echter voor elk blok­je maar één ,,goede" plaats en stand. Het rood-wit-blauwe blokje hoort bijvoorbeeld thuis op de hoek waar het rode, witte en blauwe zijvlak van de kubus samenkomen, en de kleur die een zijvlak moet hebben, zien we aan het centrale blokje ervan. Er is dus ook maar één mogelijkheid om de kubus zo in elkaar te zetten dat elk zijvlak van één kleur is. Dat is de beginstand, de stand waarin de kubus was toen we hem kochten. Deze stand zullen we voortaan aanduiden met **start**.

### In elkaar zetten

Als we de kubus in elkaar gaan zetten, doen we er verstandig aan dit zo te doen dat de start-positie weer ontstaat. We zullen zo dadelijk uitleggen waarom. Met wat handigheid is dit assembleren zonder veel problemen te realiseren, maar bij het laatste blokje moeten we oppassen. Zorg er voor dat dit een **ribbeblokje** van het bovenvlak is. Draai dit vlak weer in de 45° stand. Het blokje kan dan schuin op zijn plaats gestoken worden en met enige kracht naar binnen worden geduwd. Met een klik springt het op zijn plaats.

Natuurlijk kunnen we de kubus nog in ontzaglijk veel andere stan­den in elkaar zetten. Het is interessant uit te rekenen op hoeveel manieren dit precies mogelijk is. We kijken eerst naar de hoek­blokjes. Het eerste hoekblokje kan op acht plaatsen terecht ko­men, en op elke plaats in drie standen. Voor het volgende hoek­blokje zijn er dan nog zeven plaatsen over, ook elk met drie stan­den. Het daaropvolgende hoekblokje heeft dan nog zes plaatsen tot zijn beschikking, ook elk met drie standen. Zo kunnen we doorgaan. Er zijn in totaal dus (8x3)x(7x3)x(6x3)x....x(2x3)x(1x3) = 8.7.6.5.4.3.2.1.38 = 264 539 520 mogelijke manieren waarop de hoekblokjes in de kubus kunnen zitten. De twaalf ribbeblokjes kunnen op elke positie op twee manieren geplaatst worden. Er zijn dus 12.11.10.9.8.7.6.5.4.3.2.1 . 212 = 1 961 990 553 600 manieren waarop de ribbeblokjes in de kubus kunnen zitten. In totaal zijn er daaom (8.7.6.5.4.3.2.1).(12.11.10.9.8.7.6.5.4.3.2.1).38.212 = 519 024 039 293 878 272 000 mogelijkheden om de kubus in elkaar te zetten. Niet al die posities zijn echter door te draaien vanuit start te berelken. Of, anders gezegd, niet al die posities zijn door te draaien naar start terug te voeren. We zullen in hoofdstuk V laten zien dat er twaalf ,,banen" zijn, elk met evenveel draaiposities. In elke baan zitten dus 1/12 x 519 024 039 293 878 272 000

= 43 252 003 274 489 856 000 draaiposities, en in het bijzonder is dit ook het aantal standen waarin de kubus vanuit start kan worden gedraaid. Hoe onvoorstelbaar groot dit aantal is, hebben we hierboven al gezien. Het uiteenvallen van de collectie van alle mogelijke posities in verschillende banen doet zich ook voor bij het schuifpuzzeltje met de 15 blokjes. Bij dat puzzeltje zijn er twee banen. Als we het uit elkaar halen, en zo in elkaar zetten dat er twee blokjes zijn verwisseld, terwijl de andere op de goede plaats zitten, hebben we een stand uit de ,,verkeerde" baan te pakken. Het lukt dan nooit meer door schuiven de oorspronkelijke stand te berelken.

### Verder puzzelen

Als we met enige moeite een oplossingsmethode voor de kubuspuzzel onder de knie hebben gekregen, wat dan? Gaat het ding dan vervelen? Misschien. Er zit echter nog veel meer aan de puzzel vast. Om te beginnen kunnen we natuurlijk onze methode proberen te bekorten. Maar we kunnen ook naar mooie patronen gaan zoeken, bijv. patronen met een bepaalde vorm van symmetrie. We zullen er een paar van behandelen. Ook zijn er vari­anten op de kubuspuzzel. We zullen laten zien hoe we met wat plakplastic eenvoudiger of moeilijker puzzels van de kubus kun­nen maken. Hierbij komen ook wat wiskundige achtergronden aan de orde. Kortom, met Rubiks kubus kunnen we nog wel weken, maanden of zelfs jaren zoetbrengen!

## **II Notaties**

Om te kunnen uitleggen hoe we de kubus vanuit elke willekeurige stand naar start terugdraaien, moeten we een systeem hebben om series draaiingen te noteren. Verder is het nuttig 'tussenstanden', posities van bepaalde blokjes in bepaalde stadia van de methode, vast te kunnen leggen.

Door de Engelse wiskundige David Singmaster (David Singmaster, Notes on Rubik's 'Magic Cube', fifth edition, august 1980. Deze brochure is te bestellen bij de auteur, adres: Mathematical Sciences and Computing, Polytechnic of the South Bank, London, SE1 OAA, England.)

is een notatiesysteem bedacht dat goed voldoet, en internationaal gezien vrij algemeen is geaccepteerd. Voor series draaiingen nemen we daarom zijn notaties over. Het zal voor niemand een bezwaar zijn dat daarbij zes letters als afkortingen van **Engelse** woorden voorkomen. Daar is men snel aan gewend, en degenen die later bijvoorbeeld het boekje van Singmaster willen lezen (dat onbetwist de 'kubisten-bijbel' genoemd kan worden), zijn dan alvast op bekend terrein.

In het begin zullen we bovendien de draaiingsvoorschriften nog illustreren met pictogrammen, schematische plaatjes waaruit blijkt hoe er gedraaid moet worden. Om posities van blokjes op een bepaald moment vast te leggen, hebben we een notatie ontwikkeld die heel nauw aansluit bij die van Singmaster.

### Series draaiingen

Elke serie draaiingen kunnen we opvatten als een opeenvolging van halve slagen of kwartslagen, telkens van één zijvlak tegelijk. De draairichting van een kwartslag kunnen we vast leggen door ons in te denken dat op elk zijvlak een klok is getekend. We onderscheiden dan kwartslagen met de klok mee en kwartslagen tegen de klok in. Bij halve slagen maakt de draairichting natuur­lijk niets uit.

Een draaiing van een zijvlak zouden we kunnen aangeven met behulp van de kleur van het middenblokje van dat zijvlak. De middenblokjes komen immers nooit van hun plaats. Daar zijn echter twee bezwaren aan verbonden. In de eerste plaats zijn niet alle kubussen op dezelfde manier van kleuren voorzien. Dat geeft dus “vertaalproblemen”. Maar bovendien krijgen we dan verschillende notaties voor series draaiingen waarbij we precies hetzelfde doen, alleen met de kubus in een andere stand, dus met andere kleuren boven, voor, rechts, enz. Die bezwaren ondervangen we op de volgende manier. We houden bij een serie draaiingen de kubus voortdurende in dezelfde stand vast, d.w.z. met steeds dezelfde middenblokjes boven, voor, rechts, enz. Dan kunnen we bij die serie de zes zijvlakken als volgt benoemen:

Met dezelfde letters geven we draaiingen aan van de zijvlakken, en wel **zonder accent** voor een kwartslag met de klok mee, en **met accent** (') voor een kwartslag tegen de klok in. Voor een hal­ve slag gebruiken we een kwadraat. U2 betekent een halve slag van het bovenvlak, enz.



3. notatie voor draaiingen van een zijvlak over een kwartslag



Het is misschien toch een beetje lastig om aan deze notatie te wennen. Daarom illustreren we in het begin de series ook nog met pictogrammen. Ze stellen steeds een schematisch **bovenaanzicht** van de kubus voor. De draaiingen van **het benedenvlak** zullen we voorlopig niet gebruiken. We hebben er ook geen pictogrammen voor.

BOVENAANZICHT



### Posities van blokjes

Bij het draaien van een serie horen de letters U, D, F, B, L en R bij bepaalde zijvlakken, en via de middenblokjes van die zijvlakken, ook bij bepaalde kleuren. Bijvoorbeeld

U (boven) = rood

D (beneden) = oranje

L (links) = geel

R (rechts) = wit

F (voor) = blauw

B (achter) = groen

Stel dat op een bepaald moment het rood-wit-blauwe blokje zit op de positie beneden-rechts-voor met de rode kleur rechts, de witte kleur beneden, en de blauwe kleur voor. We noteren dit als volgt



Voor **blokjes** gebruiken we **kleine** letters, en voor de **posities** van blokjes hoofdletters. Bij hoekblokjes en hoekposities horen drie letters, bij ribbeblokjes en ribbeposities slechts twee. Fig. 5 illustreert de namen van de verschillende ribbe- en hoekposities. De volgorde van de letters in de namen doet er op zichzelf niet toe. We zorgen er echter wel voor dat ze precies goed onder elkaar komen te staan bij het noteren van de positie van een blokje. Zo zit in ons voorbeeld

De kleur u (rood) in het rechtervlak (R), de kleur r (wit) beneden (D), en de kleur f (blauw) vóór (F). In de beginstand **start** stemmen de letters van de blokjes en de posities precies overeen.



## **III Een oplossingsmethode**

Met het hieronder staande recept kan de kubus vanuit elke willekeurige draaipositie naar start terug worden gedraaid. Er worden vier basisseries gebruikt, die we aan zullen geven met de letters T, X, Y en Z. Ook **de inverse series** T, X', Y' en Z' zullen voorkomen. De **inverse** serie van een serie is de serie die de oorspronkelijke serie weer ongedaan maakt. Alle draaiingen worden daarbij in de omgekeerde volgorde weer terug gedraaid. Telkens zul­len we alle series met pictogrammen illustreren. De methode bestaat uit zes stappen. Bij de eerste twee stappen brengen we de onderlaag en de middenlaag in orde. Veel puzzelaars zullen dit zelf ook wel op eigen kracht kunnen, maar omdat we een volledige methode willen geven, staan toch alle details vermeld. We hebben geprobeerd bij deze twee stappen een re­cept te geven dat heel eenvoudig van structuur is en gemakkelijk te leren. Er zijn veel snellere methodes om twee lagen goed te krijgen, maar die zijn weer moeilijker uit te leggen en aan te leren. Gevorderden moeten hier zelf maar hun krachten op beproeven! Degenen die zelf twee lagen goed kunnen krijgen, kunnen de eerste twee stappen van onze methode overslaan. Bij de stappen drie en vier worden de ribbeblokjes van het bovenvlak op hun plaats gebracht, en bij de stappen vijf en zes de hoekblokjes. De kubus is dan in **start** terug. Maar zover is het nog niet. We beginnen met een in de war gedraaide kubus en kiezen één vlak als benedenvlak en een ander vlak als voorvlak. Laten we bijvoorbeeld aannemen dat het benedenvlak oranje moet wor­den en het voorvlak blauw. Voorlopig horen de zes letters U, D, F, B, L en R dus bij bepaalde kleuren en het is verstandig van die ,kleurencode' even een lijstje te maken. Het recept moet, zeker in het begin, erg geconcentreerd en nauwkeurig uitgevoerd worden. Een foutje is snel gemaakt en dan raakt de kubus weer helemaal in de war. Er zit dan meestal niets ander op dan maar weer opnieuw beginnen!

### 1e Stap: breng de onderribbeblokjes in orde

We brengen de onderribbeblokjes op de goede plaats, zodat er in het ondervlak een kruis ontstaat van de goede kleur (zie fig. 7). De blokjes moeten echt op de goede plaats zitten, dus hun zijkant moet ook in het zijvlak de goede kleur vertonen. Hier is het recept om één zo'n blokje op zijn plaats te krijgen zonder dat de blokjes van het kruis die al goed zitten, worden aangetast. Stel dat we het blokje df (in onze kleurencode dus het oranje-bauwe blokje) naar de positie DF willen brengen. We zorgen eerst dat df in het bovenvlak komt. Als het blokje daar nog niet zit, kunnen we het er als volgt heen draaien zonder andere blokjes van het kruis te verknoeien. Het blokje df zit zeker in een van de zijvlakken F, L, B of R. Draai dat zijvlak zo, dat df boven komt, draai dan het bovenvlak en draai daarna het zijvlak weer terug. Nu is df in het bovenvlak.

Door het bovenvlak te draaien, kunnen we één van de volgende twee standen berelken:



Nu zit df op zijn plaats. Neem dan een ander zijvlak voor en werk hetzelfde programma af, net zo lang totdat de vier onderribbe-blokjes allemaal op hun plaats zitten. De kubus ziet er dan zo uit:

****

**stand na stap 1**

### 2e Stap: breng de onderlaag en de middenlaag verder in orde

Van de onderlaag en de middenlaag zijn nog de vier “hoekkolommen” (DFR, FR), (DRB, RB), (DBL, BL) en (DLF, LF) niet in orde. We verhelpen dit ,kolomsgewijs'. Het eerste wat we moeten opmerken is dat we met serietjes van de vorm R U R', L'U2 L, F U' F ', enz. de ,inhoud' van een kolom naar het bovenvlak kunnen bren­gen zonder de andere kolommen of het onderkruis aan te tasten. Het is nuttig hier eerst even wat mee te oefenen. Stel nu dat we de kolom (DFR, FR) in orde willen brengen. Haal dan eerst de blokjes dfr en fr naar het bovenvlak en draai het bovenvlak zo, dat dfr op de positie UFR (boven-voor-rechts) komt te zitten. Hoe het daar gedraaid zit doet er niet toe. Met R U R' of F' U’ F komt dfr dan op DFR. We kunnen uit twee mogelijkheden kiezen om dit te doen, dus we kunnen er altijd voor zorgen dat fr in het bovenvlak blijft. De situatie is nu dus zo, dat dfr op DFR zit (op de een of andere manier gedraaid), en fr in het bovenvlak is (met kleur r boven of kleur f boven).

Bij deze stap zullen we de eerste basisserie T en de inverse serie T’ gebruiken. De series: T = R U2 R' F ' U2 F en T ' = F' U2 F R U2 R'.

In pictogrammen:



We onderscheiden nu 6 verschillende gevallen. De standen (2.4) en (2.6) hieronder zijn in één keer goed te draaien; de vier andere gevallen brengen we tot één van die twee standen terug. We draaien eerst het bovenvlak zo, dat het blokje fr op UR of UF komt, en wel zo dat één, van de volgende zes standen ontstaat:

Als resultaat hiervan is kolom (DFR, FR) in orde gekomen. Op dezelfde manier kunnen de andere kolommen goed gemaakt worden.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | 2 . 1 | | | |  | | --- | |  | | 2 . 2 | | |
| Draai T ' U 2 en ga naar 2 . 4 | |  | | --- | | d f r f r | | D F R F U | | Draai T U 2 en ga naar 2 . 6 | |  | | --- | | d f r f r | | D F R U R | |
|  | |  | |
| 2 . 3 | | 2 . 4 | |
| Draai T ' U en ga naar 2 . 6 | |  | | --- | | d f r f r | | R D F U F | | Draai T | |  | | --- | | d f r f r | | R D F F U | |
|  | |  | |
| 2 . 5 | | 2 . 6 | |
| Draai T U ' en ga naar 2 . 4 | |  | | --- | | d f r f r | | F R D RU | | Draai T ' | |  | | --- | | d f r f r | | F R D U R | |

### 3e Stap: oriënteer de bovenribbeblokjes

Alleen het bovenvlak zit nu nog in de war. We zorgen er eerst voor dat de vier bovenribbeblokjes alle vier de goede kleur boven krijgen, zodat in het bovenvlak een kruis van de goede kleur ontstaat. Als dit toevallig al zo is, kunnen we deze stap overslaan, en naar stap 4 gaan. Zitten de vier ribbeblokjes niet allemaal goed georiënteerd, dan zitten er of **twee** blokjes verkeerd, of **vier**. Dat het er nooit drie of één zijn, is iets dat verband houdt met de verschillende banen van draaiposities die er bij de kubus zijn. Pas in hoofdstuk V zullen we precies uitleggen hoe dat zit. Voorlopig moeten we het maar geloven.

Als er twee blokjes verkeerd zitten, zijn er twee mogelijkheden: of ze zitten op naburige plaatsen, of ze zitten tegenover elkaar. We gebruiken onze tweede basisserie X, resp. de inverse serie X' om dit in orde te brengen. Zitten er vier blokjes verkeerd, dan zorgt X ervoor dat het er nog maar twee zijn, en we zijn terug in het vorige geval. Voordat we de details geven, zijn hier eerst de series X en X' in letters en pictogrammen.

X = R U B U' B' R' en X' = R B U B' U' R'.



3.1 Stel dat er **twee** ribbeblokjes omgeklapt moeten worden. 3.1.1. Zitten de goede blokjes naast elkaar, houd de kubus dan zo, dat de blokjes op UB en UR moeten worden omge­klapt, en draai dan X.



3.1.2 Zitten de goede blokjes **tegenover elkaar**, houd de kubus dan zo, dat de blokjes op UL en UR omgeklapt moeten worden, en draai X'.



3.2 Stel dat er vier ribbeblokjes omgeklapt moeten worden. Draai dan X en we zijn terug in geval 3.1.2.

### 4e Stap: breng de bovenribbeblokjes op de goede plaats

De bovenribbeblokjes vertonen nu alle vier de goede kleur in het bovenvlak, maar in het algemeen zitten ze nog niet op de goede plaats. Bij deze stap zorgen we er voor dat ze op de goede plaats komen. Door het bovenvlak te draaien, kunnen we er in elk geval voor zorgen dat minstens één van de vier ribbeblokjes op de goe­de plaats komt. Als ze dan niet allemaal goed zitten, moeten de drie overige cyclisch verwisseld worden, of er zitten er twee goed, en de andere twee moeten worden verwisseld. Met de derde basisserie Y en de inverse Y' kunnen we al deze gevallen de baas. Hier zijn eerst die series met hun pictogrammen

Y = R U2 R' U ' R U ' R' en Y ' = R U R' U R U2 R'

.

* 1. Twee blokjes **naast elkaar** zitten goed, en de andere twee moeten worden verwisseld. Draai dan U en ga naar 4.3
  2. Twee blokjes **tegenover elkaar** zitten goed, en de twee andere moeten worden verwisseld. Draai dan Y U en ga naar 4.3
  3. Een blokje zit goed, en de drie overige moeten cyclisch wor­den verwisseld. Houd de kubus zo, dat het goede blokje op UF zit, en draai Y als de drie blokjes met de klok mee ver­wisseld moeten worden, en Y ' in het tegengestelde geval.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 13a. 4.3 draai Y | 13b. 4.3 draai Y' |

Alle ribbeblokjes zitten nu goed.

### 5e Stap: breng de hoekblokjes op de goede plaats

De hoekblokjes zullen nu in het algemeen nog niet op de goede plaats zitten, en ook nog niet de goede kleur in het bovenvlak vertonen. Bij deze stap zorgen we er voor dat ze op de goede plaats komen te zitten. We gebruiken daarbij de laatste basisserie Z en de inverse Z '. Hier zijn deze series. We zetten haakjes om de structuur ervan duidelijk te laten uitkomen.

Z = (L F L') B (L F ' L') B' en Z' = B (L F L') B' (L F ' L').



We zullen in hoofdstuk V laten zien dat, nu de ribbeblokjes allemaal op hun plaats zitten, er voor de hoekblokjes slechts de volgende mogelijkheden zijn: of ze zitten allemaal op de goede plaats (eventueel gedraaid), of ze moeten twee aan twee paarsgewijs verwisseld worden, of er zit er één op de goede plaats (eventueel gedraaid), en de andere drie moeten cyclisch worden verwisseld.

* 1. Eén hoekblokje zit op de goede plaats (eventueel gedraaid), en de andere drie moeten cyclisch verwisseld worden, hetzij met de klok mee, hetzij tegen de klok in. Houd de kubus zo, dat het goede blokje zit op UFR, en draai Z, resp. Z'.



* 1. Als twee paren hoekblokjes verwisseld moeten worden, draaien we Z; we komen dan terug in geval 5.1.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 5.2 draai Z en ga naar 5.1 | |

Na deze stap zitten alle hoekblokjes op de goede plaats.

### 6e Stap: oriënteer de hoekblokjes

Als de kubus nu nog niet in start terug is, zitten er alleen nog maar hoekblokjes in het bovenvlak verkeerd gedraaid. In hoofdstuk V zullen we aantonen dat het aantal verkeerd gedraaide blokjes slechts gelijk kan zijn aan twee, drie of vier; dat als het er twee of vier zijn, er evenveel linksom als rechtsom gedraaid moeten worden, en dat als het er drie zijn, ze alle drie dezelfde kant op moeten worden gedraaid. We zullen dit in orde brengen met de series T en T' die we ook al in de tweede stap hebben gebruikt. Maar eerst draaien we de kubus helemaal om, zodat het vlak met de verkeerd gedraaide hoekblokjes nu benedenvlak wordt. Ter herinnering vermelden we nogmaals de series T en T':

T = R U2 R' F ' U2 F en T' = F ' U2 F R U2 R'.



6.1 Als er **twee** blokjes gedraaid moeten worden, houden we de



kubus zo, dat het blokje dat **rechtsom** moet, op RDF zit. Het andere gedraaide blokje kan dan nog zitten op

* + 1. LDF; draai dan T D T ' D '
    2. LDB; draai dan T D2 T ' D2
    3. RDB draai dan T D' T ' D.

|  |
| --- |
|  |
| 6.1.1 draai T D T ' D' |

6.2 Als er **drie** blokjes gedraaid moeten worden, zorgen we dat het goede blokje op RBD zit, en daarna draaien we T D T ' D '. We zijn dan terug in geval 6.1.

6.3 Als er vier blokjes gedraaid moeten worden, passen we eerst de methode van 6.1 toe op één paar dat linksom-rechtsom moet worden gedraaid, en dan op het andere paar.

De kubus is nu terug in de beginpositie!!!